

## 懸賞論文 優秀賞

## 非線形共和分関係に基づくペアトレード戦略

三井住友アセットマネジメント株式会社  
クオンツファンドマネージャー 中川 慧

## 要 旨

本論文では、非線形共和分関係の応用事例としてペアトレード戦略の提案を行う。先行研究や実務で従来スタンダードとされていた共和分性を用いたボリンジャーバンドによるペアトレード戦略では、ペアの均衡水準への調整過程は単純な線形関係であると仮定されている。しかし取引コスト等の摩擦が市場に存在することから、ペアの均衡水準からの乖離が小幅である場合と大幅である場合では、平均回帰のスピードが異なると考える方が自然であろう。このような回帰スピードの非線形性を捉えるため、ペアが Enders and Sikols [2001] によって提案された TAR モデルに基づく非線形共和分関係を満たすと仮定する。そして回帰スピードが変化する閾値をトレードのシグナルとして使用することを提案する。実証分析の結果、従来のペアトレード戦略より効率性が向上することを確認した。

## 1. はじめに

一般に株式市場は効率的であるため特定銘柄の株価は短期的には予測不能であるが、同業種同規模等の似通った銘柄間では価格差（スプレッド）が平均回帰する動きが見られる。ペアトレード戦略では、このような株価変動が似通った銘柄を見つけ、当該ペアの価格差が均衡水準の周りを推移すると仮定する。計量経済学の文脈ではこれを共和分性（Co-Integration）参考文献 [3] として特徴付ける。共和分性を満たすペアのスプレッドは定常過程となるため、ある均衡水準への平均回帰性を持つ。そしてスプレッドが均衡水準から乖離した時、将来その乖

離が修正されるだろうという平均回帰の考えに則って、相対的に割高な方を売り、相対的に割安な方を買うことで収益獲得を狙う戦略である。このように共和分性はペアトレードにおいて非常に重要な役割を果たす。[2] では、対数株価を使用してペア間の共和分関係を推定し、スプレッドが共和分関係の示す長期的な均衡水準から一定値乖離した段階でポジションを構築し、均衡水準に回帰した段階でポジションを解消する戦略を提案している。そのような共和分性を利用したペアトレードの実証研究として、[1] の研究がある。彼らは 1962 年から 2002 年までの米国株式市場において共和分関係にあるペアに注目し、[2] と同様に、ボリンジャーバンドを用いた実証分析を行った。具体的には、ペアのスプレッドが均衡水準から 2 標準偏差以上乖離したときをシグナルとしてポジションを構築し、均衡水準に平均回帰したときにポジションを解消するという方法を用いた。このような共和分ペアに対してボリンジャーバンドを用いてポジションの構築を行う手法は、ペアトレード戦略の有効性を検証する上で実務及び実証分析のスタンダードとなっている。ただし、[1] の研究においては、共和分関係の推定に、

## ●プロフィール

## 中川 慧

2012 年京都大学経済学部卒。同年ニッセイアセットマネジメント入社。2014 年より三井住友アセットマネジメントにてクオンツファンドマネージャーを務める。2015 年筑波大学より修士（経営学）取得。

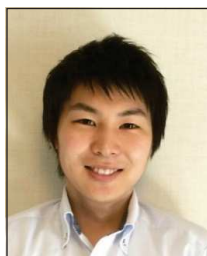


表 1. 先行研究と本論文の比較

	残差の時系列	ペアの選定基準	回帰スピード	シグナル
先行研究	単純な線形 (AR 過程)	最小距離基準	スプレッドの水準に依らず一定	どのペアに対しても平均から 2 標準偏差
本論文	非線形 (TAR 過程)	最小距離基準	スプレッドの水準により異なる	ペア毎に回帰スピードが変化する閾値

1 一般に用いられる Engle-Granger の共和分検定 [3]  
 2 あるいは Johansen の共和分検定 [4] ではなく、3  
 3 章で後述する最小距離基準と呼ばれるノンパラメト  
 4 リックな方法でペアを構築している。彼らは過去 1  
 5 年間の日次価格データを使用しこの基準で選ばれた  
 6 ペアに対して、翌 6 か月間のパフォーマンスを計  
 7 測し、取引コストを考慮してもなお良好なパフォー  
 8 マンスを獲得できることを実証した。

9 ここで注目すべきはこのような先行研究のすべて  
 10 が、株式ペア間に線形の共和分関係を想定している  
 11 点である。はたして均衡水準への回帰過程は単純な  
 12 線形関係で記述できるのであろうか。そのような行  
 13 儀の良い線形の共和分関係を現実の株式市場で見  
 14 ることはあまりないように思われる。なぜならペアト  
 15 レードの実行にはビッドアスクスプレッドや空売り  
 16 に必要なショートコスト等の取引コストがかかる。  
 17 流動性の違い等から取引コストの額は、同じペアの  
 18 銘柄でも売りと買いの場合、買いと売りの場合で異  
 19 なることがある。このような取引コストとペアのス  
 20 プレッド、すなわち取引の収益を比較して、収益の  
 21 源泉であるスプレッドが平均から乖離すればするほ  
 22 ど、この種の裁定取引は加速すると考えられる。そ  
 23 のため、通常共和分関係が想定するように、スプ  
 24 レッドの水準がどの程度であっても同程度のスピー  
 25 ドで平均回帰すると仮定するのは自然ではない。加  
 26 えて、各ペアでスプレッドの水準によって回帰ス  
 27 ピードが異なるとすると、ボリンジャーバンドを用  
 28 いてシグナルを全ペア一律に特定の値とすることは  
 29 合理的ではない。そこで、本論文では回帰スピー  
 30 ドの変化を明示的に取り入れた非線形の共和分関係を  
 31 想定する。具体的には各ペアに [5] によって提案  
 32 された TAR (Threshold Auto-Regressive) モデル  
 33 を当てはめる。これにより、現実の市場により即し  
 34 たモデル化ができる。本論文では、スプレッドが  
 35 TAR モデルの示す回帰スピードが変化する閾値を

36 超えた段階でポジションを構築し、平均回帰したタ  
 37 イミングでポジションを解消するという非線形な共  
 38 共和分関係に基づくペアトレード戦略の提案を行い、  
 39 さらに [1] の研究と同様の方法で実証分析を行う  
 40 (表 1)。

## 2. 非線形共和分関係

### 2-1. 線形共和分関係

共和分性は非定常な時系列データの線形結合が定  
 常過程となる時系列的性質であり、[3] によって  
 提唱された。長期的な均衡関係を記述するものとし  
 て経済、ファイナンスの様々な実証分析において利  
 用されてきた。定常過程は、時系列の平均が時間に  
 依らず一定であるため、平均回帰という扱いやすい  
 性質を持っている。一方で通常、株価はランダム  
 ウォークであると言われている。ランダムウォーク  
 とは非定常な時系列の代表例であり、単位根過程と  
 も言われる。一般にランダムウォークのような非定  
 常な時系列を線形に組み合わせても、同様に非定常  
 である。しかし、組み合わせ方をうまく選べば、定  
 常過程となる場合がある。このとき共和分の関係  
 があるという。具体的にはランダムウォークする 2  
 つの株価のペア  $\{X_t, Y_t\}$  に対して、ある定数  $\beta$  が  
 存在し、以下の (見せかけの) 回帰式

$$Y_t = \beta X_t + \varepsilon_t \tag{式 1}$$

における誤差項  $\{\varepsilon_t\}$  が定常となることが共和分性  
 の満たす条件である。ただし通常、式 1 のように  
 価格差でペアのスプレッドを定義するのではなく、  
 [2] のように対数価格差でスプレッドを定義する  
 ため、本論文でも対数価格差を用いる。2 つの株価  
 のペアの単なる価格差に着目するのではなく、対数  
 を取ることで 2 つの株価のペアのリターン差に着  
 目することになる。すると式 1 は

$$\ln(Y_t) = \beta \ln(X_t) + \varepsilon_t \quad (\text{式 2})$$

となる。

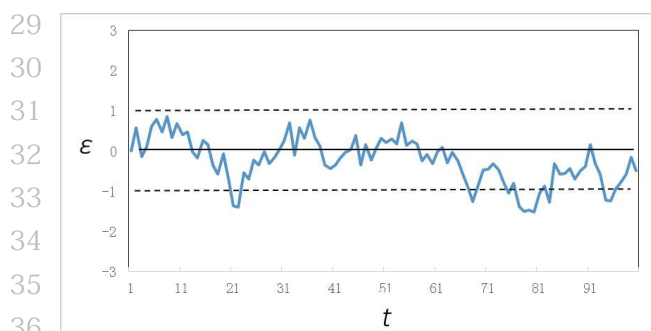
従って、2つの対数株価  $\{\ln(X_t), \ln(Y_t)\}$  が共和分関係にあることを確認するには、まず式2の残差から、

$$\Delta \varepsilon_t = -\rho \varepsilon_{t-1} + \sum_{j=1}^p \Delta \varepsilon_{t-j} + e_t \quad (\text{式 3})$$

を計測する。次に誤差項  $\{\varepsilon_t\}$  が、式3のような定常過程である  $p$  次の AR (Auto-Regressive) モデルに従う、 $\rho = 0$  を帰無仮説とする検定 (ADF 検定) を実行すればよい。この手順を Engle-Granger の共和分検定という。ペアトレード戦略では定常であるペアのスプレッド  $\{\varepsilon_t\}$  が投資対象となる。定常過程は平均が一定であり平均回帰性を有するため、スプレッドがある程度の水準以上平均から乖離すると、平均への回帰を期待してポジションを構築することでペアトレード戦略へ応用できる。例えば、ボリンジャーバンドを用いると、通常はスプレッド  $\{\varepsilon_t\}$  が平均から2標準偏差以上、下方(上方)に乖離したときをシグナルとして、 $Y_t$  を1円分買い(売り)、 $X_t$  を  $\beta$  円分売る(買う)ことでポジションを構築し、スプレッドが平均回帰したときにポジションを解消することで利益を確定させる (図1)。

27

28



37 図1. 線形共和分関係

38 線形の共和分関係に従う誤差項  $\{\varepsilon_t\}$  の時系列を表している。均衡水準(実線)からの乖離幅に依らず回帰スピードは一定である。±2標準偏差である閾値(点線)を超えると平均回帰することがわかる。

41

42

## 2-2. 非線形共和分関係

一方で、非線形共和分関係では式2における誤差項  $\{\varepsilon_t\}$  が [5] によって提案された次の TAR モデルを仮定する。

$$\varepsilon_t = \begin{cases} \rho_L \varepsilon_{t-1} + c_L + e_t & \text{if } \varepsilon_{t-1} \leq \Theta_L \\ \rho_M \varepsilon_{t-1} + c_M + e_t & \text{if } \Theta_L \leq \varepsilon_{t-1} \leq \Theta_H \\ \rho_H \varepsilon_{t-1} + c_H + e_t & \text{if } \Theta_H \leq \varepsilon_{t-1} \end{cases} \quad (\text{式 4})$$

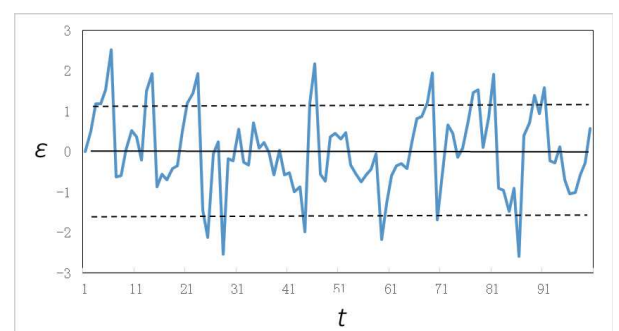
このモデルでは式3と異なり、閾値  $(\Theta_L, \Theta_H)$  によって、回帰スピードが異なることを仮定し、さらにその閾値  $(\Theta_L, \Theta_H)$  を特定できる。

パラメータ  $(\rho_L, \rho_M, \rho_H), (c_L, c_M, c_H)$  と回帰スピードが変化する閾値  $(\Theta_L, \Theta_H)$  を推定するために、条件付き最小二乗法を用いる。閾値  $(\Theta_L, \Theta_H)$  をいったん固定すれば、通常の最小二乗法により式4のパラメータ  $(\rho_L, \rho_M, \rho_H), (c_L, c_M, c_H)$  をそれぞれ求めることができる。そのため様々な閾値  $(\Theta_L, \Theta_H)$  の組み合わせに対してモデルである式4と実データからの誤差の二乗和を計算し、これが最小になる閾値  $(\Theta_L, \Theta_H)$  の組み合わせを求める。そのときのパラメータ  $(\rho_L, \rho_M, \rho_H), (c_L, c_M, c_H)$  が推定値となる。なお、それぞれの閾値にある程度のデータ数を確保するため、閾値の推定の範囲はデータ全体から上下15%の点を除外した範囲で行う。

このように TAR モデルによる非線形共和分関係を仮定すると、閾値とパラメータを同時に推定で

27

28



37 図2. 非線形共和分関係

38 非線形共和分関係に従う誤差項  $\{\varepsilon_t\}$  の時系列を表している。均衡水準(実線)からの回帰スピードは、閾値(点線)を超えると急速に速くなることわかる。

41

42

1 きるため、閾値をそれぞれシグナルとして用いる  
 2 ことでペアトレード戦略へ応用できる。スプレッ  
 3 ド  $\{\varepsilon_t\}$  が平均回帰するスピードが変化する閾値  
 4  $(\theta_L, \theta_H)$  から下方 (上方) に乖離したときをシグ  
 5 ナルとして、 $Y_t$  を 1 円分買い (売り)、 $X_t$  を  $\beta$  円  
 6 分売る (買う) ことでポジションを構築し、スプレッ  
 7 ドが平均回帰したときにポジションを解消すること  
 8 で利益を確定させる (図 2)。

### 3. 実証分析

12 本章では実務や実証分析で通常用いられる (A)  
 13 ボリンジャーバンドによる方法と、本論文で提案  
 14 した (B) 非線形共和分関係による方法の比較を行  
 15 う。実証分析にあたってはなるべく現実の運用実  
 16 務に即した条件下で分析を行う。分析のユニバー  
 17 スには、一般に機関投資家の日本市場でのロング  
 18 ショートファンドの投資対象として使用されること  
 19 の多い TOPIX500 指数内に含まれる銘柄を選んだ。  
 20 TOPIX500 は日本の株式市場時価総額の 90% 超を  
 21 カバーする大型・中型株式の値動きを表す代表的な  
 22 指数である。TOPIX500 構成銘柄であればペアト  
 23 レードを実行する際に必須の信用売り取引がほぼす  
 24 べての銘柄で可能であるため流動性の観点から好  
 25 ましい。分析対象期間は 2005 年 1 月初から 2015  
 26 年 6 月末まで約 10 年間 (営業日ベース) である。  
 27 価格データは株式分割・併合調整後の日次データ (始  
 28 値及び終値) を使用している。これらのデータは全  
 29 て情報端末である Bloomberg から取得した。また  
 30 シミュレーションは全て統計ソフトの R を用いて  
 31 行った。

32 シミュレーションは、[1] と同一の方法を用い  
 33 る。まず 1 年間の推定期間とその後半年間の取引  
 34 期間を設定する。推定期間の価格データを用いてユ  
 35 ニバーズ内の東証 33 業種毎に銘柄間の距離を、後  
 36 述する式 6 の最小距離基準に従って調べ、価格変  
 37 動の似通ったペアを選定する。次に選定されたペア  
 38 の平均回帰水準と閾値を推定する。推定期間で使用  
 39 する株価は全て終値を使用する。取引期間において、  
 40 選定されたペア毎にシグナルに従って売買を行う。  
 41 ペアトレード戦略はその性質上、業種を跨いで実行  
 42 されることがほとんどないためペアは同一業種内か

ら選定した。最小距離基準は株式  $X$  の時点  $t$  にお  
 ける収益率を  $r_t^{(X)}$  として、基準化した株価を、

$$P_T^{(X)} = \prod_{t=1}^T (1 + r_t^{(X)}) \quad (\text{式 5})$$

と定義し、さらに基準化した 2 つの株価ペア  
 $\{X_t, Y_t\}$  の株価距離を、

$$d(P_T^{(X)}, P_T^{(Y)}) := \sum_{t=1}^T (P_t^{(X)} - P_t^{(Y)})^2 \quad (\text{式 6})$$

として、距離が短いペアを選定する。この距離が短  
 いほど、銘柄間の価格変動が似通っていることをノ  
 ンパラメトリックに示している (図 3)。

シミュレーションの詳細は、以下の通りである。  
 式 6 を用いて計算した距離が短いペアを順に 1 番  
 から 5 番までの 5 ペア、1 番から 20 番までの 20

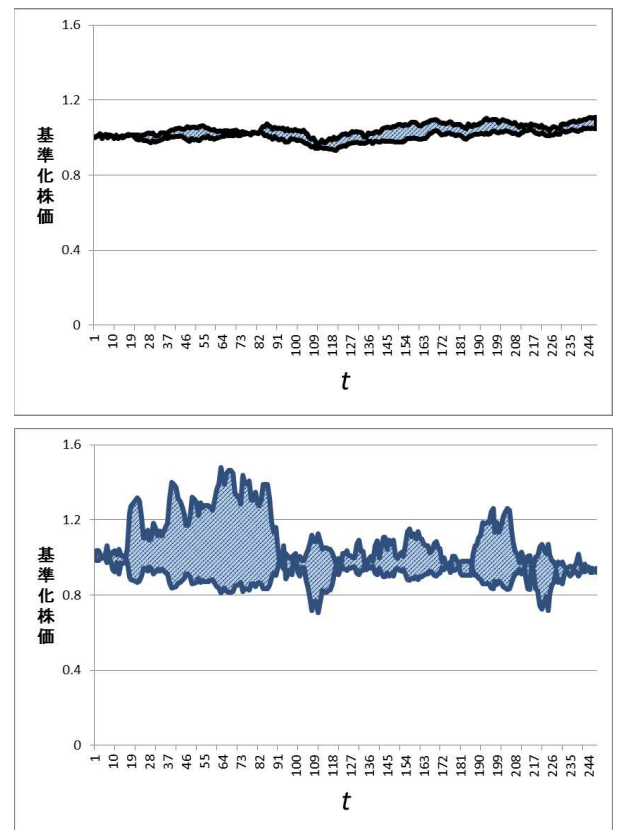


図 3. 最小距離基準  
 上図は最小距離基準による距離が短い株価ペアを表し  
 ている。一方、下図は最小距離基準による距離が長い  
 株価ペアを表している。株価を初期値 1 で基準化して  
 いるため、直線で挟まれた部分の面積が小さいほど、  
 距離に近い。

1 ペア及び1番から40番までの40ペアを選定する。  
 2 このとき、すでに選定された銘柄を含むペアは除  
 3 く。選定されたペア毎の1年間の対数株価デー  
 4 からペアのスプレッドのデータを作成する。作成し  
 5 た対数株価データの差の単純平均を平均回帰水準と  
 6 して計測し、(A) ボリンジャーバンドによる方法  
 7 では±2標準偏差を、(B) 非線形共和分関係による  
 8 方法では閾値( $\Theta_L, \Theta_H$ )をそれぞれ売買シグナルに  
 9 する。(B)の閾値とパラメータの推定にはRのパッ  
 10 ケージである“tsDyn”の関数selectSETARを用いた。  
 11 取引期間中に各ペアを構成する銘柄の終値を使用し  
 12 て、式2に基づきスプレッドを計算する。その際  
 13 に、対数株価 $\{\ln(X_t), \ln(Y_t)\}$ を入れ替えて2回分  
 14 の回帰式を計算し、残差の二乗和が小さい方を採用  
 15 する。そして日々式2に基づきスプレッドを計測  
 16 し、売買シグナルが発生した翌日の始値で割安な銘  
 17 柄の買い、割高な銘柄の空売りでポジションを構築  
 18 する。その後、終値を使用して式2に基づきスプレッ  
 19 ドを計算し、平均回帰した翌日の始値で反対売買し  
 20 ポジションを解消する。前日の終値で判断して、翌  
 21 日の始値で約定するため、現実的なシミュレーショ  
 22 ンであるといえる。なおポジションを構築した後、  
 23 平均回帰しない場合には、取引期間最終日までポジ  
 24 ションを保有し、取引期間最終日の終値で反対売買  
 25 をしてポジションを解消する。また一度ポジション  
 26 を構築した後、新たに売買シグナルが発生したとし  
 27 ても、すでに構築したポジションが解消されるま  
 28 では新たなポジションは構築しない。この手順を  
 29 2005年12月末時点のTOPIX500構成銘柄を用い  
 30 て、2005年1月初から2005年12月末までを推  
 31 定期間、2006年1月初から2006年6月末まで  
 32 を取引期間とし、半年ずつスライドさせて繰り返す  
 33 行う。推定期間、取引期間における手順を以下にま  
 34 とめる。

### 36 推定期間

37 Step 1: 業種毎に全てのペアに対して最小距離を計  
 38 算する  
 39 Step 2: 小さい順から銘柄の重複を除き5, 20, 40  
 40 ペアを選定する  
 41 Step 3: 対数を取った株価ペアに対して、平均回帰  
 42 水準と閾値を推定する

### 取引期間

Step 1: 日々の終値を用いて、対数を取った株価ペ  
 アのスプレッドを計算する  
 Step 2: 閾値以上の乖離(シグナル)が発生した場  
 合、翌日の始値でポジションを構築する  
 Step 3: ポジションを構築したペアが平均回帰した  
 場合、翌日の始値でポジションを解消する  
 Step 4: 取引最終日に全てのポジションを解消する

### シグナル

(A) ボリンジャーバンドによる方法: ±2標準偏差  
 離れたタイミング  
 (B) 非線形共和分関係による方法: 閾値( $\Theta_L, \Theta_H$ )  
 を超えたタイミング

リターンの計測においては買いと売りの売買金額  
 をそれぞれ1円として計測した。ポジション構築時  
 を、ポジション解消時を $t + \delta$ とすると、 $i$ 番目の  
 ペアのスプレッドから得られるグロスリターン $R^i$   
 は、それぞれ

$$\begin{cases} R^{(i)} = \ln(R_Y^{(i)}) - \beta \ln(R_X^{(i)}) \\ R^{(i)} = \beta \ln(R_X^{(i)}) - \ln(R_Y^{(i)}) \end{cases}, R_Y^{(i)} := \frac{Y_{t+\delta}^{(i)}}{Y_t^{(i)}}, R_X^{(i)} := \frac{X_{t+\delta}^{(i)}}{X_t^{(i)}} \quad (\text{式7})$$

で与えられる。また取引コストとショートコスト  
 を控除したペアの月次ネットリターンは、

$$\begin{aligned} \text{Net}R^{(i)} &= R^{(i)} \times \frac{1}{6} - \text{ショートコスト} \\ &\times \frac{\text{ポジション構築日数}}{250} - \text{取引コスト} \end{aligned} \quad (\text{式8})$$

で与えられる。実勢を考慮して、式8において差  
 し引く取引コストは40bp(片道10bp)、ショート  
 コストは年率30bpを日割り計算している。ユニ  
 バースが比較的大型のTOPIX500であることを考  
 慮すると妥当な水準であると思料する。また取引期  
 間が6か月であるため、式8においてグロスリター  
 ンを6で除する。実証分析の評価にあたっては以  
 下の指標を用いる。

下表2~4がそれぞれペア数5, 20, 40のシミュ  
 レーション結果である。

- 1 • 月次リターンの平均 [%] : 1
- 2 式 8 の単純平均であり月次の収益率を表す 2
- 3 • 月次リターンの標準偏差 [%] : 3
- 4 式 8 の標準偏差であり、月次のリスクを表す 4
- 5 • 月次シャープレシオ [倍] : 5
- 6 月次リターンの平均と標準偏差の比であり、月次 6
- 7 の投資効率を表す 7
- 8 8
- 9 9
- 10 • 勝率 [%] : 10
- 11 全取引のうち式 8 がプラスの取引の割合であり、 11
- 12 投資の安定性を表す 12
- 13 • トレード日数の平均 [日] : 13
- 14 ポジション構築から解消までの日数の平均を表す 14
- 15 • 月次取引回数の平均 [回] 15
- 16 16
- 17 17
- 18 18
- 19 19
- 20 20
- 21 21
- 22 22
- 23 23
- 24 24
- 25 25
- 26 26
- 27 27
- 28 28
- 29 29
- 30 30
- 31 31
- 32 32
- 33 33
- 34 34
- 35 35
- 36 36
- 37 37
- 38 38
- 39 39
- 40 40
- 41 41
- 42 42

表 2. ペア数 5 のシミュレーション結果  
 上段は (A) ボリンジャーバンドによる方法、下段は (B) 非線形共和分関係による方法である。

(A)の指標	期間	2005/12 末 ～ 2008/6 末	2008/6 末 ～ 2010/12 末	2010/12 末 ～ 2013/6 末	2013/6 末 ～ 2015/6 末	全期間
月次リターンの平均		3.60%	2.31%	9.84%	0.23%	4.00%
月次リターンの標準偏差		10.39%	7.34%	17.68%	2.51%	9.48%
月次シャープレシオ		0.29	0.05	0.54	0.08	0.24
勝率		56%	44%	67%	50%	54%
トレード日数の平均		45	57	37	57	49
月次取引回数の平均		7	5	9	6	7

(B)の指標	期間	2005/12 末 ～ 2008/6 末	2008/6 末 ～ 2010/12 末	2010/12 末 ～ 2013/6 末	2013/6 末 ～ 2015/6 末	全期間
月次リターンの平均		3.56%	5.11%	9.32%	5.43%	5.85%
月次リターンの標準偏差		17.68%	9.55%	13.31%	14.21%	13.69%
月次シャープレシオ		0.20	0.33	0.62	0.39	0.39
勝率		59%	64%	77%	58%	65%
トレード日数の平均		20	34	23	36	28
月次取引回数の平均		25	18	24	16	21

表 3. ペア数 20 のシミュレーション結果  
 上段は (A) ボリンジャーバンドによる方法、下段は (B) 非線形共和分関係による方法である。

(A)の指標	期間	2005/12 末 ～ 2008/6 末	2008/6 末 ～ 2010/12 末	2010/12 末 ～ 2013/6 末	2013/6 末 ～ 2015/6 末	全期間
月次リターンの平均		3.51%	3.93%	4.76%	1.51%	3.43%
月次リターンの標準偏差		14.66%	10.46%	13.44%	5.85%	11.10%
月次シャープレシオ		0.23	0.18	0.29	0.28	0.24
勝率		54%	49%	59%	52%	54%
トレード日数の平均		47	57	45	54	51
月次取引回数の平均		28	25	29	24	27

(B)の指標	期間	2005/12 末 ～ 2008/6 末	2008/6 末 ～ 2010/12 末	2010/12 末 ～ 2013/6 末	2013/6 末 ～ 2015/6 末	全期間
月次リターンの平均		6.52%	8.25%	7.50%	5.90%	7.04%
月次リターンの標準偏差		20.79%	20.43%	16.25%	14.02%	17.87%
月次シャープレシオ		0.29	0.38	0.45	0.41	0.38
勝率		64%	64%	69%	61%	64%
トレード日数の平均		23	31	26	32	28
月次取引回数の平均		82	70	72	60	71

表 4. ペア数 40 のシミュレーション結果

上段は (A) ボリンジャーバンドによる方法、下段は (B) 非線形共和分関係による方法である。

(A)の指標	期間	2005/12 末 ～ 2008/6 末	2008/6 末 ～ 2010/12 末	2010/12 末 ～ 2013/6 末	2013/6 末 ～ 2015/6 末	全期間
月次リターンの平均		3.49%	4.81%	3.75%	1.02%	3.27%
月次リターンの標準偏差		14.06%	12.86%	14.02%	6.42%	11.84%
月次シャープレシオ		0.22	0.29	0.19	0.16	0.22
勝率		58%	55%	55%	49%	54%
トレード日数の平均		47	56	48	55	51
月次取引回数の平均		55	48	53	46	51
(B)の指標	期間	2005/12 末 ～ 2008/6 末	2008/6 末 ～ 2010/12 末	2010/12 末 ～ 2013/6 末	2013/6 末 ～ 2015/6 末	全期間
月次リターンの平均		7.27%	10.15%	7.45%	6.05%	7.73%
月次リターンの標準偏差		20.93%	25.67%	18.42%	15.86%	20.22%
月次シャープレシオ		0.34	0.39	0.40	0.38	0.38
勝率		66%	67%	67%	64%	66%
トレード日数の平均		23	26	24	28	25
月次取引回数の平均		163	161	156	134	154

#### 4. 考 察

5 ペアの場合 (表 2) の 2005 年 12 月末から 2008 年 6 月末の期間を除く全ての期間において、収益率を示す月次リターンの平均、投資効率を示す月次シャープレシオおよびトレードの安定性を示す勝率は (A) の従来手法に比べて (B) の提案手法が上回っており、本論文で提案した手法の有効性は高いと言える。全期間の平均では、(A) 従来手法と (B) 提案手法の間でいずれのペア数においても、月次のシャープレシオ 0.1 倍以上、勝率 10% 以上の大幅な差がみられる。その他の特徴として、(A) 従来手法に比べて (B) 提案手法では、取引日数が減って、取引回数が増えている。これはシグナルを全ペアで固定するよりも、TAR モデルを用いてペア毎に適切に推定することで取引回数と勝率を増やし、効率的なトレードを行っていると言える。いずれもトレード日数自体は 20～60 日程度、つまり 1～3 か月程度のものであり、当該ペアトレード戦略は中期の投資戦略であると言える。ただしペア数を増やしても、全期間の平均で見ると、(A) 従来手法では収益率、リスク、投資効率ともに横ばいで、(B) 提案手法でも収益率は増加しているものの、リスクも同様に増え、投資効率は改善していな

い。いずれもペア数を増やすことで得られる分散効果によるリスクの低減と、ペア数を増やすことで共和分関係にない銘柄を組み入れるリスクの増加とのトレードオフの関係から、全期間平均するとシャープレシオ自体はほとんど横ばいであったと考えられる。ただし、両手法ともに各期間におけるシャープレシオと勝率のばらつき度合いはペア数を増やすと小さくなるため、ペア数を増やすことで時期によるパフォーマンスのブレを減少させることが可能である。

#### 5. まとめ

本論文では日本市場の約 10 年間の株価データを用い、非線形共和分関係に基づくペアトレード戦略の提案とその有効性に関する実証分析を行った。分析の結果、全期間の平均で、いずれのペア数においても、投資効率を示す月次シャープレシオおよびトレードの安定性を示す勝率の指標が従来手法を大幅に上回った。これはペアのスプレッドに非線形共和分関係を仮定することで、従来手法より現実の市場に即したモデル化が可能となったためであり、本論文で提案した手法の有効性は高い。

1 謝 辞

2 本論文の執筆にあたって、三井住友アセットマネ  
3 ジメントの株式運用 G クオンツチームの皆さまに  
4 は有意義な議論をさせて頂き深く感謝いたします。  
5 なお、ここで示された内容は三井住友アセットマネ  
6 ジメント（株）としての見解をいかなる意味でも表  
7 しません。

8  
9 <参考文献>

10 [1] E.Gatev, W.Goetzmann, K.Rouwenhorst (2006)  
11 「Pairs Trading: Performance of a Relative  
12 Values Arbitrage Rule」, 『The Review of  
13 Financial Studies』 19, pp797-827

[2] G.Vidyamurthy (2004) 『Pairs Trading: 1  
Quantitative Methods and Analysis』 Wiley 2  
[3] R.Engle, J.Granger (1987) 「Co-integration 3  
and Error Correction: Representation, Estima- 4  
tion,and Testing」, 『Econometrica』 55(2), 5  
pp251-276 6  
[4] S.Johansen (1991) 「Estimation and hypoth- 7  
esis testing of cointegration vectors in 8  
Gaussian vector autoregressive models」, 9  
『Econometrica』 59(6), pp1551-1580 10  
[5] W.Enders, L.Sikols (2001) 「Cointegration and 11  
Threshold Adjustment」, 『Journal of Business 12  
Economic Statistic』 19, pp166-176 13

14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42