懸賞論文 佳作

# 突発的な裁定機会を利用した共和分ペアトレーディング

茨城大学工学部知能システム工学科
鈴木 智也
共同執筆 成松 優

**要　旨**

本論文では、昨年度に提案されたBPVレシオの新しい応用事例として、ペアトレーディングに着眼した。BPVレシオは時系列データの突発的な大変動（ジャンプ）を検出するテクニカル指標であるが、本論文では2銘柄間の価格差に適用することで、突発的な裁定機会（サヤ取りのチャンス）を検出した。類似の指標としてボリンジャーバンドが一般的であるが、BPVレシオにより突発的な大変動のみを対象にすることで、ペアトレーディングの効率性を向上できる。つまり収益性の高い裁定機会に限定し、だましの可能性を極力抑えることで、1取引当たりの平均利益額を最大化する運用方法を検討した。その結果、ボリンジャーバンドよりもBPVレシオを用いた方が、ペアトレーディングの効率性を向上できることを確認した。さらに、2銘柄間の価格差の平均回帰性を高めるために、共和分関係にある銘柄に厳選することで運用成績を向上できることも確認した。

## はじめに

ペアトレーディングとは、市場の裁定機会を利用したロング＆ショート戦略の一種である。例えば、同一商品であるが限月の異なる先物市場を2つ想定すると、その価格差は一物一価の観点から非常に小さいのが通常である。しかし市場価格はランダム性を伴うため、この価格差は偶発的に拡大することがある。このとき、安い方の先物を購入し、高い方の先物を空売りする。その後、価格差はいずれ正常値まで縮小するだろうから、そのときに反対売買によって決済を行えば、価格差の変動分だけ利益を獲得できる。このようにペアトレーディングは、裁定取引（アービトラージ）戦略として機能する。これは個別の株価銘柄にも応用でき、特に2銘柄が共和分関係にあれば、その価格差は平均回帰性を有するので、この手法は数学的にも妥当である。

共和分とは、2銘柄の価格データを適当な比率で引き算した時に、その価格差がトレンドを持たない定常変動になる関係を意味する。変動が定常ということは、常に平均値まわりをふらふら揺らぐため、たまたま平均値から乖離しても、すぐに平均値に戻るという性質を持つ。これを平均回帰性と呼び、ペアトレーディングの数学的根拠になっている。ここで、価格差が平均値から乖離した時を投資チャンス（裁定機会）とみなすが、この乖離の重要性または異常性を判別するテクニカル指標[1]として、ボリンジャーバンド[2]が代表的である。

一方、近年の金融工学では、市場価格の突発的なジャンプも考慮したボラティリティ指標[3]

が注目されており、これをテクニカル分析に初めて応用した事例としてBPVレシオ［4］が提案されている。このBPVレシオは、時系列データ内に大変動が起こった瞬間にシグナルを発するテクニカル指標である。ペアトレーディングでは価格差の縮小分が利益となるため、突発的に起こる大変動は絶好の投資チャンス（裁定機会）である。

そこで本研究では、ペアトレーディングにおいてボリンジャーバンドのみならず、このBPVレシオを導入し、両者の投資パフォーマンスを比較する。なお、これまでBPVレシオのようなジャンプを考慮したボラティリティ指標をペアトレーディングに適用した事例はない。そこで本研究では、実データを用いた投資シミュレーションによって、BPVレシオの応用可能性を検証する。

## 2. 共和分を利用したペアトレーディング

### 2.1. 共和分の平均回帰性

和分とは、ある時系列データ$x(t)$の階差$\Delta x(t)=x(t)-x(t-1)$をとると、定常データになる性質を意味する。定常とは、平均値や分散が時間$t$によらず一定であり、トレンドを持たない変動を指す。逆に株価は一般的にトレンドを持つため、非定常データに分類されるが、階差をとると定常的な変動になるので、和分過程に従う。さらに共和分とは、和分過程に従う2つの時系列データを線形結合した時、これが定常データになる関係を意味する。定常データの特徴の1つとして平均回帰性があり、変動が平均値から乖離してもすぐに平均値に戻るという性質を有する（図1）。

以上について数学的に表現するために、時系列データ$x(t)$の$d$回差分が定常になることを$I(d)$と表す。一般的に株価は$I(1)$であることが知ら

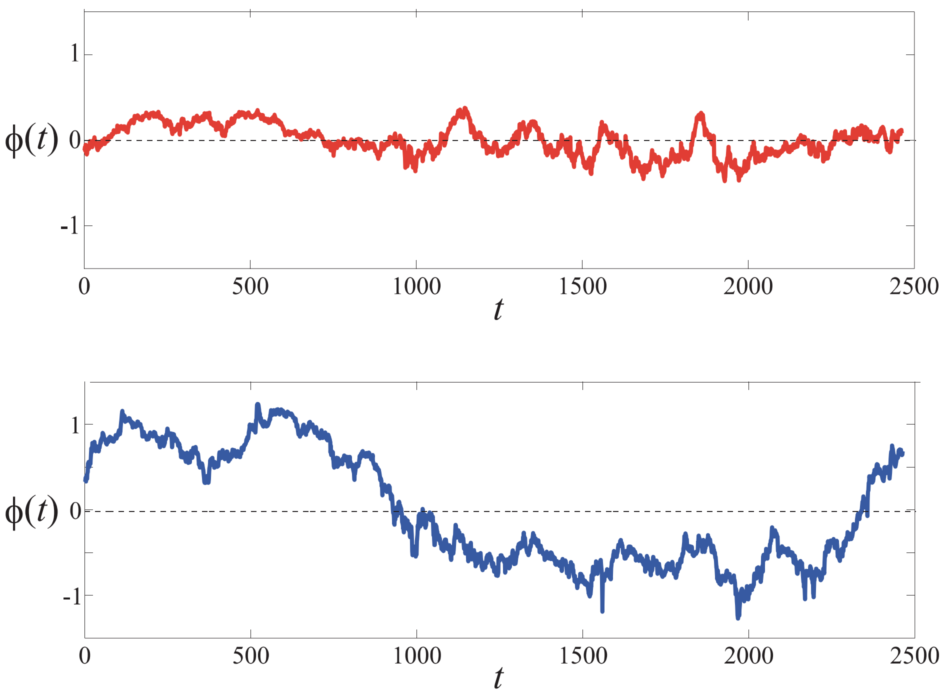


図1. 上図は、定常過程に従う時系列データでありトレンドを持たない。そのため平均回帰性により、平均値0を離れても復帰するまでの時間間隔が短い。一方、下図は非定常データでありトレンドを有する。そのため平均回帰するまでの時間間隔が非常に長く、ペアトレーディングにおいてリスクが高い。

れている。なお、$I(1)$ に従う２つの時系列データ $A(t)$ と $B(t)$ を線形結合した $aA(t)+bB(t)$ も、一般的には $I(1)$ となる。ここで $a$ と $b$ は自由に設定できる係数である。しかしこの $a$ と $b$ をうまく設定すると、$aA(t)+bB(t)$ が定常過程 $I(0)$ になる特殊な場合があり、この時 $A(t)$ と $B(t)$ は共和分関係にあると言い、$(a, b)$ を共和分ベクトルと呼ぶ。さらに、上記の線形結合を $1/a$ 倍して定数項 $-\beta$ を加えた $A(t)+(b/a)B(t)-\beta$ というデータ系列も、単にスケール変換と平行移動を施しただけなので、同様に定常過程 $I(0)$ に従う。ここで $b/a=-\alpha$ とおき、このデータ系列を $A(t)-\alpha B(t)-\beta=\phi(t)$ と書くと、このデータ系列は、

$$A(t)=\alpha B(t)+\beta+\phi(t) \qquad (1)$$

という線形回帰式を当てはめた時の残差項 $\phi(t)$ に相当する。つまり $I(1)$ に従う２つの株価 $A(t)$ と $B(t)$ を線形回帰式に当てはめ、その残差項 $\phi(t)$ が $I(0)$ であれば、２つの株価は共和分関係にあり、$\phi(t)$ は平均回帰性を有する。

### 2.2. ペアトレーディングへの応用

金融工学では、株価は対数正規分布に従うと考えられるため、対数をとってから回帰式（式（1））に当てはめる。

$$\log A(t)=\alpha\log B(t)+\beta+\phi(t) \qquad (2)$$

もしそれぞれの株価が $A(t)\geqq B(t)$ であれば、A 株を $\gamma$［円］分空売りし、B 株を $\alpha\gamma$［円］分購入する。ここで $\gamma$ は投資家が決める自由パラメータであり、各銘柄に対する投資比率は 1：$\alpha$ である。

残差項 $\phi(t)$ が定常ならば、$\log A(t)-\alpha\log B(t)-\beta$ および $\log A(t)-\alpha\log B(t)$ も定常であるため、平均回帰性を有する。そこで

$$\Phi(t)=\log A(t)-\alpha\log B(t) \qquad (3)$$

を２銘柄間の価格差とみなし、$\Phi(t)$ が異常に拡大した時（$t=t_e$）に投資を仕掛け、平均に回帰した時（$t=t_c$）に手仕舞いする。この時 $\Phi(t_e)>\Phi(t_c)$ が成立し、それぞれの利益は、

A 株の利益［円］

$$=[\log A(t_c)-\log A(t_e)]\cdot(-\gamma) \qquad (4)$$

B 株の利益［円］

$$=[\log B(t_c)-\log B(t_e)]\cdot\alpha\gamma \qquad (5)$$

合計利益［円］

$$=\gamma[-\log A(t_c)+\alpha\log B(t_c)+\log A(t_e)-\alpha\log B(t_e)]$$
$$=\gamma[\Phi(t_e)-\Phi(t_c)]>0 \qquad (6)$$

となる。このように価格差 $\Phi(t)$ が平均回帰性を有すれば、その縮小分がプラス利益として保証される。これが裁定取引と言われる所以である。

本研究では、式（3）の価格差系列 $\{\Phi(t)\}$ が定常過程 $I(0)$ に従うかを検証するため、全ペアに対して ADF 検定［5］を行う。詳細については４章で述べる。

## 3. テクニカル指標の利用

### 3.1. ボリンジャーバンド

株価の拡大を検出するテクニカル指標として、従来ボリンジャーバンド［2］が用いられるが、この価格差 $\Phi(t)$ の拡大を検出するためにも利用できる。以後 $\Phi(t)$ を $x(t)$ と表記すると、直近 $n$ 期の移動平均 $m(t)$ と標準偏差 $\sigma(t)$ によってボリンジャーバンドを構成する。

$$m(t)=\frac{1}{n}\sum_{a=0}^{n-1}x(t-a) \tag{7}$$

$$\sigma(t)=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{a=0}^{n-1}\left(x(t-a)-m(t)\right)^2} \tag{8}$$

もし $x(t)$ が正規分布に従うならば、$x(t)<m(t)+2\sigma(t)$ の範囲に 97.5 [%] のデータが含まれる。この観点より $x(t)\geqq m(t)+2\sigma(t)$ であれば、$x(t)$ は異常に大きいとみなせるため、この時に投資を仕掛け、$x(t)$ が平均回帰して正常に戻った時に手仕舞する。本研究では $x(t_c)\leqq x(t_e-1)$ を手仕舞条件とした。なお、仕掛け条件を $\frac{x(t)-m(t)}{\sigma(t)}\geq 2$ と書き換えれば、ボリンジャーバンドは直近データを用いて標準化を施していることに相当する。

### 3.2. BPV レシオ

BPV レシオは金融市場の突発的なジャンプを検出できるテクニカル指標であり、次式で定義される [4]。

$$BPV(t)=\frac{\pi}{2}\times\frac{BV(t)}{RV(t)} \tag{9}$$

ここで $RV(t)$ は Realized Volatility, $BV(t)$ は Bipower Variation と呼ばれるボラティリティ指標 [3] であり、金融工学で一般的に用いられる。定義式は以下の通りである。

$$RV(t)=\frac{1}{N}\sum_{a=0}^{N-1}x^2(t-a) \tag{10}$$

$$BV(t)=\frac{1}{N-1}\sum_{a=0}^{N-1}|x(t-a-1)||x(t-a)| \tag{11}$$

これらは通常ならば株価収益率に適用されるため、平均値 $m(t)\fallingdotseq 0$ を前提として定義されているが、しかし本研究が対象とする価格差 $\Phi(t)$ の平均値は、必ずしも 0 とは限らない。そこで、式 (10)、(11) を次式に書きかえる。

$$RV(t)=\frac{1}{N}\sum_{a=0}^{N-1}\left(x(t-a)-m(t)\right)^2 \tag{12}$$

$$BV(t)=\frac{1}{N-1}\sum_{a=0}^{N-1}|x(t-a-1)-m(t)||x(t-a)-m(t)| \tag{13}$$

つまり $\sqrt{RV(t)}$ は式 (8) と等価であり、一般的な標準偏差 $\sigma(t)$ に等しい。

式 (9) の BPV レシオの性質として、時間的に隣接する絶対値 $|x|$ が同等であれば、$BV(t)$ は $RV(t)$ に近づき、$BPV(t)=\pi/2\fallingdotseq 1.5$ となる。また、もし $x$ が定常な正規確率過程に従うならば、$N$ の極限において $BPV(t)=1$ となる [4]。さらに、$x(t)$ がジャンプによって異常値を示せば、$BV(t)<RV(t)$ の傾向が強まるため $BPV(t)<1$ となる。この性質を利用することで、時系列変動 $x(t)$ のジャンプを検出できる。

しかし上記の議論では、$N\to\infty$ を仮定しているため、現実の分析と乖離がある。そこでボリンジャーバンドと同様に、直近のデータを用いて標準化することで平均値からの乖離度を評価する。直近 $K$ 期に基づく平均値 $M(t)$ と標準偏差 $\Sigma(t)$ は以下のとおりである。

$$M(t)=\frac{1}{K}\sum_{a=0}^{K-1}BPV(t-a) \tag{14}$$

$$\Sigma(t)=\sqrt{\frac{1}{K}\sum_{a=0}^{K-1}\left(BPV(t-a)-M(t)\right)^2} \tag{15}$$

通常の時系列変動 $x(t)$ は特別大きなジャンプはなく、正規確率過程のように変動するため $BPV(t)\fallingdotseq M(t)$ だと考えられる。しかし突発的に $x(t)$ が拡大すれば、$BPV(t)$ は通常時の $M(t)$ よりも小さくなる。そこで、

表 1. 投資シミュレーションに用いた 57 銘柄

| コード | 銘柄名 | コード | 銘柄名 | コード | 銘柄名 | コード | 銘柄名 | コード | 銘柄名 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1801 | 大成建設 | 1820 | 西松建設 | 1860 | 戸田建設 | 2201 | 森永製菓 | 3002 | グンゼ |
| 3101 | 東洋紡 | 3106 | クラボウ | 3110 | 日東紡 | 3401 | 帝人 | 3407 | 旭化成 |
| 3529 | アツギ | 3865 | 北越紀州製紙 | 4004 | 昭和電工 | 4005 | 住友化学 | 4203 | 住友ベークライト |
| 4042 | 東ソー | 4044 | セントラル硝子 | 4061 | 電気化学 | 4182 | 三菱ガス | 4183 | 三井化学 |
| 4205 | ゼオン | 4208 | 宇部興贊 | 4612 | 日本ペイント | 5101 | 横浜ゴム | 5202 | 日本板硝子 |
| 5233 | 太平洋セメント | 5401 | 新日織住金 | 5406 | 神戸製鉄所 | 5471 | 大同特殊鋼 | 5706 | 三井金属 |
| 5711 | 三菱マテリアル | 5715 | 古河機械金属 | 5801 | 古河電気工業 | 5803 | フジクラ | 5929 | 三和ホールディングス |
| 6302 | 住友重機械工業 | 6310 | 井関農機 | 6472 | NTN | 6474 | 不二越 | 6479 | ミネベア |
| 6502 | 東芝 | 6508 | 明電舎 | 6588 | 東芝テック | 7003 | 三井造船 | 7013 | IHI |
| 7202 | いすゞ自動車 | 7205 | 日野自動車 | 7270 | 富士重工業 | 7735 | スクリーン | 8002 | 丸紅 |
| 8088 | 岩谷産業 | 9041 | 近畿日本鉄道 | 9062 | 日本通運 | 9107 | 川崎汽船 | 9132 | 第一中央汽船 |
| 9531 | 東京ガス | 9532 | 大阪ガス | | | | | | |

表 2. 学習期間と投資期間の詳細。
ケース 1 では各期間を 10 年とし、ケース 2 ～ 5 では各期間を 2.5 年とした。

| | ケース 1 | ケース 2 | ケース 3 | ケース 4 | ケース 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 学習期間 | 1994/1 ～ 2003/12 | 1994/1 ～ 1996/6 | 1999/1 ～ 2001/6 | 2004/1 ～ 2006/6 | 2009/1 ～ 2011/6 |
| 投資期間 | 2004/1 ～ 2013/12 | 1996/7 ～ 1998/12 | 2001/7 ～ 2003/12 | 2006/7 ～ 2008/12 | 2011/7 ～ 2013/12 |

$$\frac{BPV(t)-M(t)}{\Sigma(t)} \le -2 \tag{16}$$

$$BPV(t) \le M(t) - 2\Sigma(t) \tag{17}$$

を満たした時にジャンプが発生したとみなし、投資を仕掛ける（$t=t_e$）。その後の手仕舞条件は、ボリンジャーバンドと同様に $x(t_c) \leqq x(t_e-1)$ とした。

## 4. 投資シミュレーション

ペアトレーディングおける BPV レシオの有用性を検証すべく、東証 1 部上場銘柄の日足データ（始値）に基づいて、投資シミュレーションを行う。なお、実データはすべて Yahoo! ファイナンス [6] から取得し、データ欠損が無い銘柄からランダムに 57 銘柄を抽出した。表 1 に具体的な証券コードと銘柄名を示す。この 57 銘柄を組み合わせることで、${}_{57}C_2=1596$ 通りのペアを構成できる。なお、本論文を通じて時刻 $t$ の単位は［日］である。

まず投資を開始する前に、各パラメータ（$n$, $N$, $K$）の最適化、回帰係数 $\alpha$ の推定、共和分ペアの検出として ADF 検定を行う必要がある。このため、あらかじめ学習期間を設け、上記の項目を完了しておく。学習期間と投資期間の詳細を表 2

に示す。各期間を10年または2.5年に設定し、全5パターンの投資シミュレーションを通じて得られた結果を考察する。

実際のペアトレーディングでは空売りを伴うため、信用取引における最大6ヶ月の返済期限が設けられている。したがって本シミュレーションにおいても、仕掛け後6ヶ月経過しても平均回帰しない場合は、強制的に反対売買によって手仕舞する。同様に投資最終日においても全ポジションを強制手仕舞する。これらの強制手仕舞が発動した時刻を$t_c$とすると、式(6)において$\Phi(t_e) > \Phi(t_c)$が成り立たない場合があり、これが損失の原因となる。一方、3章の手仕舞い条件を満たせば必ず$\Phi(t_e) > \Phi(t_c)$となるため、式(6)が示すようにプラス利益を得られる。なお本研究では始値データを利用するため、毎日9時の始値において仕掛け条件または手仕舞い条件を満たした時、即座に始値で指値注文を出す。実際には必ずしも約定できるとは限らないが、本シミュレーションではすべて約定できたと仮定する。もしくは、成行注文によって必ず約定させることもできるが、約定価格は始値から若干乖離するため、本シミュレーションではその乖離は無視できるほど小さいと仮定する。いずれにせよシミュレーションの制約として、このような現実との乖離が生じることを予め確認しておく。

投資期間を終えた後、投資パフォーマンスについては、以下の指標により評価した。

- 全ペアにおける取引発生総数[回]
- 1取引当りの平均利益額[円]=式(5)の平均値
- 1取引当りの平均投資期間[日]=$(t_c - t_e)$の平均値
- 勝率[%]=(利益を得た投資回数÷損失を被った投資回数)×100
- ペイオフレシオ[倍]=利益を得た際の平均利益額÷損失を被った際の平均損失額
- プロフィットファクタ[倍]=利益を得た際の合計利益額÷損失を被った際の合計損失額

ペイオフレシオは1取引当りの利益と損失の比率を示し、1より大きいほど利大損小戦略となる。プロフィットファクタは総利益と総損失の割合を示し、1より大きいほどプラス収益となる。なおこれらの指標は、全ペアによる投資を通じて

表3. 全1596ペアによる運用成績。
1取引当りの平均利益額では$\gamma = 100$[万円]として算出した。なお、テクニカル指標におけるBBは3.1章のボリンジャーバンドを、BPVは3.2章のBPVレシオを意味する。

| | ケース1 | | ケース2 | | ケース3 | | ケース4 | | ケース5 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| テクニカル指標 | BB | BPV | BB | BPV | BB | BPV | BB | BPV | BB | BPV |
| 全ペアにおける取引発生回数[回] | 182892 | 108645 | 32324 | 47132 | 39298 | 24805 | 44858 | 39569 | 49831 | 27936 |
| 1取引当りの平均利益額[円] | −1200 | 8600 | 29500 | 29000 | −2600 | 4200 | 2400 | 12400 | −28000 | −3700 |
| 1取引当りの平均投資期間[日] | 28.9 | 26.1 | 17.4 | 20.0 | 28.1 | 23.0 | 25.5 | 21.3 | 32.1 | 29.0 |
| 勝率[%] | 86.2 | 88.4 | 92.5 | 91.4 | 86.0 | 89.2 | 88.3 | 87.8 | 80.6 | 84.4 |
| ペイオフレシオ[倍] | 0.14 | 0.29 | 0.72 | 0.53 | 0.16 | 0.16 | 0.16 | 0.27 | 0.07 | 0.14 |
| プロフィットファクタ[倍] | 0.90 | 2.23 | 7.00 | 6.20 | 0.89 | 1.20 | 1.10 | 1.84 | 0.26 | 0.82 |

表 4. 表 3 と同様。
ただし、共和分関係にあるペアに厳選した場合。なお、平均利益額、勝率、ペイオフレシオ、プロフィットファクタについては、表 3 と比較して向上した項目を太字および赤字で表記する。

| | ケース 1 | | ケース 2 | | ケース 3 | | ケース 4 | | ケース 5 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 共和分ペア数 | 119 ペア | | 328 ペア | | 88 ペア | | 117 ペア | | 219 ペア | |
| テクニカル指標 | BB | BPV | BB | BPV | BB | BPV | BB | BPV | BB | BPV |
| 全ペアにおける取引発生回数[回] | 13022 | 8461 | 6345 | 10468 | 2156 | 1590 | 3012 | 2748 | 8984 | 5185 |
| 1 取引当りの平均利益額[円] | **6300** | **10200** | **36900** | **35400** | −31700 | −12400 | **27200** | **20000** | **−17300** | **−2300** |
| 1 取引当りの平均投資期間[日] | 28.9 | 26.1 | 15.9 | 18.8 | 32.3 | 27.3 | 24.0 | 19.1 | 31.9 | 31.4 |
| 勝率[%] | **87.0** | **88.9** | **92.7** | **92.2** | 80.0 | 84.7 | **89.8** | **88.9** | **82.7** | 83.5 |
| ペイオフレシオ[倍] | **0.27** | **0.38** | **0.92** | **1.12** | 0.10 | 0.10 | **0.56** | **0.39** | **0.10** | **0.16** |
| プロフィットファクタ[倍] | **1.85** | **3.23** | 3.69 | 3.54 | 0.37 | 0.63 | **4.70** | **3.00** | **0.41** | **0.87** |

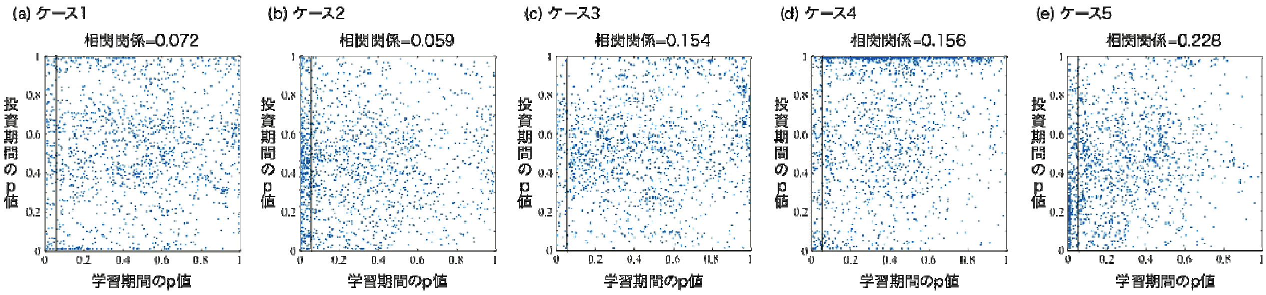


図 2. 学習期間と投資期間おける $p$ 値の相関関係。
図中の実線は、学習期間において共和分関係を検出する閾値（$p$ 値 $< 0.05$）を示す。

算出した。さらに、学習期間における各パラメータ（$n$, $N$, $K$）の最適化においては、最も重要な指標である「1 取引当りの平均利益額［円］」を最大化するパラメータを網羅的に発見し、以後の投資期間に用いた。

投資シミュレーション結果を表 2 および表 3 に示す。表 2 は、共和分関係の有無に関わらず全ペアを用いた場合の結果であり、表 3 は、共和分関係を有するペアに限定した場合の結果である。2.2 章で述べたとおり、共和分ペアの検出方法として、式（3）の価格差系列 $\{\Phi(t)\}$ に対して ADF 検定を適用するが、これは統計的仮説検定の一種であるため帰無仮説に基づいた $p$ 値を算出する（算出法については文献［5］などを参照されたし）。本研究では一般的な有意水準 5［%］によって検定を行い、$p$ 値が 0.05 未満のペアに対して共和分関係を有すると判定した。しかし ADF 検定は学習期間において実施されるため、たとえ共和分関係が認められても肝心の投資期間において関係が維持されるとは限らない。そこで、実際には投資を終えるまで投資期間中の $p$ 値は計測不可能であるが、シミュレーション結果の考察のために、学習期間と投資期間おける $p$ 値の相関関係を図 2 に示す。

最後に、ペアトレーディングに伴う作業工程をまとめておく。

【学習期間】

学習期間の全データに対して、次のStepを1回ずつ行う。

Step 1. 全1596ペアに対して、式（1）の回帰分析を行い、回帰係数$\alpha$を推定する。

Step 2. 全1596ペアに対して、式（3）の価格差系列$\{\Phi(t)\}$を算出し、ADF検定を行う。

Step 3. 価格差系列$\{\Phi(t)\}$が定常過程$I(0)$だと判定されたペアを投資対象とする。

Step 4. 投資対象のペアに対してバックテスト行い、学習期間において1取引当りの平均利益額を最大化するように各パラメータ$(n, N, K)$を最適化する。なおバックテスト方法は、次に示す投資期間のStep 4～6と同様である。

【投資期間】

時刻$t$を更新するたびに、次のStepを繰り返す。

Step 1. 朝9：00の市場開場時に時刻$t$を更新し、全57銘柄の始値を取得する。

Step 2. 学習期間で投資対象に選んだペアに対して、式（3）の価格差$\Phi(t)$を算出する。その際、学習期間で推定した回帰係数$\alpha$を用いる。

Step 3. 学習期間で最適化した各パラメータ$(n, N, K)$を用いて、ボリンジャーバンドおよびBPVレシオを計算する。

Step 4. 3章で示した仕掛け条件を満たす全ペアに対して投資行動を行う。つまり各ペアにおいて、高い銘柄を空売りし、安い銘柄を購入する。該当ペアが複数出現する場合は、重複ポジションを許す。

Step 5. 3章で示した手仕舞条件を満たす全ペアに対して、空売りした銘柄を買い戻し、購入した銘柄を売却して、利益を確定する。

Step 6. 強制手仕舞されるペアがあれば、Step 5と同様にポジションを解消する。

Step 7. 翌営業日の朝9：00まで待機する。

【成績評価】

投資期間終了後、投資期の運用成績を、各指標に基づいて評価する。

## 5. 考　察

まずボリンジャーバンドとBPVレシオの結果を比較すると、ほとんどの場合において、BPVレシオの方が優れた運用成績を示している。例外は、表2のケース2と表3のケース2と4のみである。特に最も重要な指標である1取引当りの平均利益額を見れば、BPVレシオの方がプラス利益を獲得するケースが多く、たとえマイナス利益であっても損失額がボリンジャーバンドよりも少ない。この理由として、概ねBPVレシオの方が取引発生総数は少ないため、ボリンジャーバンドよりも慎重に投資判断しているからだと考えられる。これは、突発的で異常性の高い価格差のみに反応するBPVレシオを用いた動機にも合致する。一方、ボリンジャーバンドでは、式（8）の標準偏差$\sigma(t)$が縮小しているときは、比較的小さな価格差$x(t)$に対しても仕掛け条件を満たしやすい。しかし式（9）のBPVレシオでは、式（8）の標準偏差$\sigma(t)$と同等の$RV(t)$で規格化しているため、$\sigma(t)$の大小に影響されない。

なお実際に得られる利益総額は、「取引発生総数×1取引当りの平均利益額」であるため、取引発生総数が多いボリンジャーバンドの方が有利だと考えるかもしれない。しかし、利益総額に関するプロフィットファクタを見ても、BPVレシオの方が概ね優秀であることが分かる。また取引

発生総数が少ないならば、毎回の運用資金に相当する$\gamma$を増資すれば利益を拡大できる（式(6)）。この観点からも、パフォーマンスを比較する本質的な基準は、1取引当りの平均利益額である。これは投資の確実性にも関係するため、勝率とも連動している。その結果、BPVレシオにより平均利益額を改善できたケースにおいては、勝率も向上している。なおペアトレーディングでは、強制手仕舞いが起こらなければ利益を得られるため、勝率が高いのは一般的である。

さらに同様のケースにおいて、ペイオフレシオも向上している。これは、BPVレシオによって慎重に投資判別をするため、大きなダマシを回避できるからだと考えられる。もしダマシにより価格差が平均回帰せず、強制手仕舞いが発生すると損失を被る。この損失額がボリンジャーバンドの方が大きいため、利小損大戦術となり、ペイオフレシオは小さくなっている。

評価指標の最後として、平均投資期間に着目する。これは短いほどリスクに晒す時間を短縮でき、また強制手仕舞いの危険性を回避できるため好ましい。さらに信用取引の観点からも、空売りに伴う逆日歩（借株料）が発生するため、投資期間は短いほど良い。しかし結果として、各指標において大差はなく、概ね25日程度（約1ヶ月）である。

次に、表2と表3を比較し、共和分関係にあるペアに厳選した効果を調べる。表2の太字に注目すると、確かにほとんどのケースにおいて投資パフォーマンスを向上できている。例外はケース3であるが、共和分ペア数が88ペアと最も少ないため、運用が安定しなかった可能性がある。これは図2の相関図が示すように、投資期間においても共和分関係を維持し続けるとは限らないことに起因する。つまり共和分ペアの厳選による恩恵を得るには、ある程度のペア数によって上記のリスクを分散させる必要がある。たとえばケース3のような場合は、ADF検定の基準を緩和してペア数を増やすことが対策の一つとして考えられる。

最後に、学習期間と投資期間の長さについて考察する。ケース1ではそれぞれ10年間の期間を設け、ケース2～5では1/4の2.5年間に設定した。金融市場の構造変化に対応するには、各期間は短い方が良さそうであるが、しかし最適パラメータを学習するためのデータ数が減ってしまう。このトレードオフの観点から結果を考察すると、確かに図2において短期の方が$p$値の相関性が高い。つまり学習期間に共和分関係にあるペアは、投資期間においてもその関係を維持しやすい。しかし最適パラメータを学習しづらいためか、投資成績は安定せず、ばらつきが大きい。一方、ケース1のように長期化すると、金融市場の構造変化により共和分関係も崩れやすい。しかしリスクの時間分散効果が働くため、特に1取引当りの平均利益額はケース2～5の平均値に落ち着いている。

## 6. まとめ

共和分ペアの平均回帰性を利用した裁定取引において、代表的なテクニカル指標であるボリンジャーバンドのみならず、突発的なジャンプを検出できるBPVレシオを適用した。この有用性を検証すべく、実際の株価データを用いて投資シミュレーションを行ったところ、従来のボリンジャーバンドよりも優れた投資パフォーマンスを示した。さらに投資対象を共和分関係にあるペアに厳選することで、更に投資パフォーマンスを向上できた。これらの理由について、学習期間の長さや資産運用に伴う各種評価指標に基づいて考察した。

## 謝　辞

本研究を遂行するにあたり、有意義な議論をさせて頂いた山田雅章氏に深く感謝いたします。なお本研究の一部は、文部科学省科学研究補助金（No.25330280）の助成を受けたものです。

## ＜参考文献＞


［1］ 日本テクニカルアナリスト協会編：日本テクニカル分析大全，日本経済新聞社，2004.

［2］ J. Bollinger: "Bollinger on Bollinger Bands," MeGraw-Hill, 2001

［3］ O. E. Barndorff-Nielsen, N. Shephard: "Power and Bipower Variation with Stochastic Volatility and Jumps," Journal of Financial Econometrics, Vol.2, No.1, pp.1-37, 2004.

［4］ 山田雅章，鈴木智也："Bipower Variation を用いた新しいテクニカル指標"テクニカルアナリストジャーナル，Vol.1，pp.1-9，2014.

［5］ （一例として）福地純一郎，伊藤有希：R による計量経済分析，朝倉書店，2011

［6］ Yahoo! ファイナンス（Japan）：http://finance.yahoo.co.jp